

一类近似等式与单个粒子相干叠加态的概念性讨论

曾天海

(北京理工大学 物理学院, 北京 100081)

摘要: 纠缠态的定义是不能表示成直积的状态. 而一些量子系统中, 描述系统的纠缠态可近似等于直积态. 本文对这一类近似等式做概念性讨论, 说明这是单个粒子相干叠加态的一种来源, 很可能是唯一来源.

关键词: 纠缠态; 直积态; 单个粒子相干叠加态

中图分类号: O 413.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-0712(2016)11-0020-04

DOI: 10.16854/j.cnki.1000-0712.2016.0160

经典力学中的达朗贝尔原理, 只是对牛顿第二定律做了一个移项手续, 变成 $F - ma = 0$, 但做了另外的物理解释, 即在非惯性系中, 主动力加约束力的合力 F 与惯性力 $-ma$ 达到平衡, 可以化动力学问题为静力学问题. 这是在牛顿去世十几年后, 由数学家达朗贝尔提出的. 这里没有数学技巧, 更没有高深的数学, 而只有物理意义的不同^[1]. 本文试图在量子物理中做一次“物理意义有所不同”的模仿.

阿罗什等人^[2]的实验(单个原子通过一个分束器, 即处于相干态的微波脉冲)中, 原子与分束器构成的复合系统演化为纠缠态: $(|g\rangle|\alpha_g\rangle + |e\rangle|\alpha_e\rangle)/\sqrt{2}$, 式中 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 分别是原子的基态和一个激发态, $|\alpha_g\rangle$ 和 $|\alpha_e\rangle$ 为分束器的两个相干态. 按照定义, 复合系统的两部分的波函数不能表示成直积(乘积)态的是纠缠态. 在量子极限下 $|\alpha_g\rangle = |1\rangle$, $|\alpha_e\rangle = |0\rangle$ ^[2], 则纠缠态为 $(|g\rangle|1\rangle + |e\rangle|0\rangle)/\sqrt{2}$, 这确实不能写成原子与分束器这两部分的直积态.

阿罗什等人认为, 在经典极限下, 分束器的 $|\alpha_g\rangle \approx |\alpha_e\rangle$ ^[2], 但他们的文章中没有写出式(1)(见下). 我们认为这两个态在短时间内相位也近似相同, 可以写出近似等式

$$(|g\rangle|\alpha_g\rangle + |e\rangle|\alpha_e\rangle)/\sqrt{2} \approx |\alpha_g\rangle \otimes (|g\rangle + |e\rangle)/\sqrt{2} \quad (1)$$

即纠缠态近似等于分束器的状态与原子的不同能级的相干叠加态的直积态, 这样原子和分束器就可以近似地分别用独立的状态描述, 因而, 原子的状态近似为相干叠加态 $(|g\rangle + |e\rangle)/\sqrt{2}$. 如果由纠缠态, 对分束器状态部分求迹, 则得到原子的状态为混合态,

即不是相干叠加态. 我们写出的式(1)也没有任何数学技巧和高深的数学, 而只有物理意义的不同, 即在这种极端近似下, 原子所处的混合态就近似为相干叠加态, 但一般来说混合态与相干叠加态是不同的.

1 两体问题

对于有相互作用的复合系统的两体问题, 可以等效为具有约化质量的粒子在等效势场中的运动^[3]. 若把两体的坐标代入波函数中, 则一般来说这两体是纠缠的, 即相互作用可以使复合系统由初始的直积态演化为纠缠态^[4,5]. 若两体为一大一小, 如氢原子中的质子和电子, 可以直接把大的质子看作不动, 来对小的电子进行求解; 也可以形式上先得到这一大一小两体的状态, 即一般为纠缠态, 然后把质子的状态看作近似不变, 就可以将纠缠态近似为直积态, 例如式(1), 再把相互作用能看作电子在外场中的势能(可类比地球上一个物体的重力势能, 是该物体与地球的相互作用引力势能的近似), 这样就容易把质子的状态波函数(近似不变)及其动能算符从复合系统薛定谔方程中消去, 最后近似得到单个粒子电子的薛定谔方程, 然后求解(若论边界条件, 都设为自然边界条件, 即在无穷远处波函数为零). 我们认为从理解量子现象的角度来考虑, 后者走点弯路是值得的.

自由粒子是不存在的, 因为任何粒子都与环境或其他物体相互作用, 那么, 复合系统的薛定谔方程应当被看作基本假设, 而单个粒子的薛定谔方程都应看作是近似的. 若相互作用含时间, 则容易使人

收稿日期: 2016-02-23; 修回日期: 2016-04-11

基金项目: 国家自然科学基金(11075013, 11375025)资助

作者简介: 曾天海(1963—), 男, 江西宁都人, 北京理工大学物理学院副教授, 博士, 硕士生导师, 主要从事物理学的理论和实验课的教学、量子信息及量子力学基础的研究工作.

想到单个粒子的薛定谔方程做了近似,忽略了其他物体;而相互作用不含时间,有可能使人误认为单个粒子的薛定谔方程是严格的,不是近似的. 当单个粒子的概率行为不可理解时,还原到复合系统,至少形式上写出与这个单粒子相互作用的其他物体(一般为大的物体,或强场,如式(1)中的 $|\alpha_g\rangle$)的动能算符,一般得到复合系统的纠缠态,再近似为直积态,则这个单粒子的所谓概率波是与其他物体及相互作用有关的,这至少找到了部分原因.

我们对粒子过双缝的干涉现象的定性解释^[6]也是如此,虽然不知道相互作用能,以及与粒子相互作用的双缝物体的动能算符. 文献[7-11]中,都考虑了散射体电子或原子与双原子分子(看作双缝)的相互作用(甚至,散射体 H_s 原子比双缝 H_s^* 还要大),这类系统一般都演化为纠缠态,而不能得到一般教科书中受双缝散射的单个散射体的相干叠加纯态. 只有在双缝物体足够大时,其状态近似不变,才可以如式(1),由复合系统(双缝物体和散射体)的纠缠态近似为直积态,从而近似得到散射体的叠加态. 量子物理教程^[12]中描述的双缝仪器和环境(处于 $|D\rangle$ 态)加上散射粒子(其两路分波为 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$ 态)构成的复合系统,其总量子态处于直积态(书中的 6.10 式):

$$|\Psi_0\rangle = (|\psi_1\rangle + e^{i\alpha} |\psi_2\rangle) \otimes |D\rangle \quad (2)$$

没有交缠(即纠缠). 这里是从观察上直接得到散射粒子两路分波为 $|\psi_1\rangle$ 和 $|\psi_2\rangle$ 的相干叠加态,是目前为止量子物理对产生单个粒子相干叠加态的理解,不是由理论计算得到的. 而我们的理解是多两道手续,即形式上先产生纠缠态,再做近似以后,得到单个粒子相干叠加态.

2 单个粒子相干叠加态的制备

下面考虑单个粒子相干叠加态(例如粒子不同动能本征态的相干叠加态 $(|k_1\rangle + |k_2\rangle)/\sqrt{2}$)的制备. 自由粒子是不存在的,但从理论上说,可以外推假设自由粒子,并假设它可以处在不同动能的相干叠加态. 按照量子力学,在测量它的动能后,会由相干叠加态塌缩为某一本征态(比如 $|k_1\rangle$ 或 $|k_2\rangle$ 态). 那么,如何让自由粒子从某一动能本征态 $|k_1\rangle$ ($|k_2\rangle$)或其他力学量的本征态演化(或制备)到不同动能的相干叠加态 $(|k_1\rangle + |k_2\rangle)/\sqrt{2}$,并仍然是自由粒子?

按量子力学中自由粒子的薛定谔方程,自由粒子从动能本征态不可能演化到不同动能本征态的叠加态,虽然后者也满足方程.

若自由粒子的两个力学量算符不对易,则它们没有共同本征态. 那么,其中一个力学量的本征态,可以按另一个力学量的本征态展开. 假设自由粒子的某一力学量算符 \hat{A} 与其动能算符不对易,则 \hat{A} 的本征态自然可以按动能本征态展开,得到动能的叠加态. 但要注意的是,这只在数学上可行.

在物理上,一定要让粒子与其他物体或环境相互作用. 例如,光子与极化(偏振)分束器相互作用,可以制备出两个垂直偏振态的相干叠加态的光子;电子与斯特恩-革拉赫实验装置中特定的非均匀磁场相互作用,制备出自旋向上态和向下态的相干叠加态的电子;原子与双缝物体相互作用,制备出两个“路径态”的相干叠加态的原子. 这些粒子的叠加态都不是由什么理论计算出来的,而是通过观察,直接写出来的,并且不能说明如何撇开那些实验装置(极化分束器、斯特恩-革拉赫实验装置、双缝物体),得到这些自由粒子的相干叠加态. 因此,量子力学从来都没有说明自由粒子是怎样从本征态制备成叠加态的. 图 1 做了简单说明.

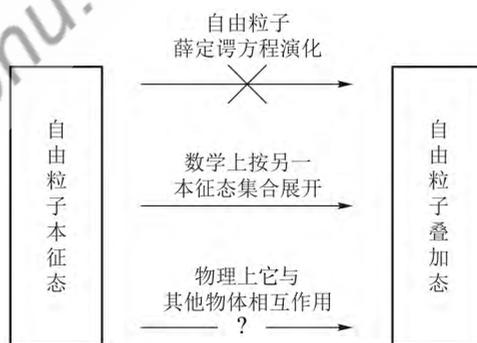


图 1 数学展开需要落实到物理实验上

相互作用使复合系统(例如两个子系统是一个粒子和一个较大物体)按薛定谔方程一般演化为纠缠态. 当相互作用停止后,无论纠缠态是否继续保持,即不管定域论与非定域论的争论^[4,13]孰是孰非,都得不到自由粒子动能的叠加态. 因为,若保持纠缠态,对较大物体动能状态部分求迹,就得到自由粒子的混合态(到目前为止,量子力学还没有如式(1)的做法),而按式(1)做,就不能得到严格的自由粒子动能的相干叠加纯态;若不保持纠缠态,两个子系统之间也停止交换能量,系统状态“塌缩”为各子系统的能量(即动能)本征态的某一个直积态,也得不到自由粒子不同动能的相干叠加态. 相互作用停止后,仍保持纠缠态的非定域论是目前的主流观点^[14-23]. 按此观点,这种情形就得到自由粒子的混

合态,而得不到自由粒子动能的叠加态.

我们也假设可能在某些特殊时段,有相互作用的复合系统存在“严格”求解的直积态.若两个子系统都为本征态,当相互作用停止后,就得不到自由粒子动能的叠加态;若粒子处于叠加态,然后再“恰到好处”停止相互作用,才得到自由粒子动能的叠加态,这是我们能够想象的得到自由粒子动能叠加态的唯一途径.但这种自由粒子叠加态的制备是可疑的,因为以上的光子、电子和原子的叠加态,不

是谁在控制好条件,恰到好处地停止相互作用后产生的.如果用纠缠态来解释以上的光子、电子和原子的叠加态,那么,光子与极化分束器系统,电子与斯特恩-革拉赫实验装置中的非均匀磁场系统,原子与双缝物体系统一般都处于纠缠态.都是因为一大(强)一小(弱),分束器,非均匀磁场和双缝物体的状态近似不变,就都可以写成类似式(1)的形式,即纠缠态近似为直积态,这样就自然地得到单个粒子的叠加态.图 2 做了归纳说明.

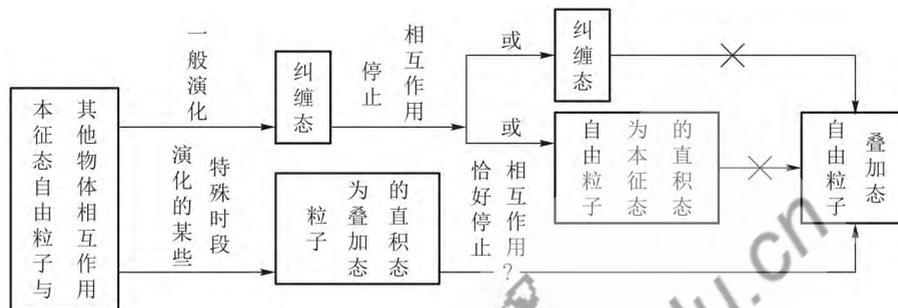


图 2 制备自由粒子的叠加态的三条路径,上两条是不行的,下面一条是很可疑的

3 结论

有相互作用的两部分组成的复合系统一般演化为纠缠态.当其中一部分的状态近似不变时,纠缠态可以近似为直积态.

自由粒子是不存在的,但从理论上说,可以外推假设,一种情形是自由粒子既可以处在动能本征态又可处在其相干叠加态;另一种情形是它只处于动能本征态.我们认为假设后者更合理.对单个粒子的叠加态,可以由包含这个粒子的复合系统的纠缠态近似为直积态得到,这可能是唯一的途径.

致谢 感谢北京师范大学裴寿镛教授,南京大学金国钧教授,我的同事邵彬、邹健、邢修三、张向东、姚裕贵、韦浩、王锐、江兆潭、杨帆等教授,李军刚、王锋、缪劲松、蔡金芳、鲁长宏、苏文勇等副教授,感谢他们能与我讨论或提供帮助、提出质疑.我还要感谢我的老师吉林大学丁培柱、潘守甫教授,我同学应立凡、李桂琴的鼓励和支持.

参考文献:

[1] 周衍伯. 理论力学[M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 1985:282.
[2] Bertet P, Osnaghi S, Rauschenbeutel A, et al. A complementarity experiment with an interferometer at the quantum-classical boundary [J]. Nature, 2001, 411: 166.

[3] 曾谨言. 量子力学: 卷 I [M]. 4版. 北京: 科学出版社, 2010: 195.
[4] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? [J]. Phys Rev, 1935, 47: 777.
[5] Landau L D, Lifshitz E M. Quantum Mechanics [M]. Oxford: Pergamon Press Ltd, 1977: 38-39.
[6] Zeng T H. How does wave packet of a free particle yield? [J]. Journal of Modern Physics, 2015, 6: 863.
[7] Akoury D, Kreidi K, Jahnke T, et al. The simplest double slit: interference and entanglement in double photoionization of H_2 [J]. Science, 2007, 318: 949.
[8] Schmidt L Ph H, Schössler S, Afaneh F, et al. Young-type interference in collisions between hydrogen molecular ions and helium [J]. Phys Rev Lett, 2008, 101: 173202.
[9] Schmidt L Ph H, Lower J, Jahnke T, et al. Momentum transfer to a free floating double slit: realization of a thought experiment from the Einstein-Bohr debates [J]. Phys Rev Lett, 2013, 111: 103201.
[10] Kushawaha R K, Patanenc M, Guillemina R, et al. From double-slit interference to structural information in simple hydrocarbons [J]. Proc Natl Acad Sci, 2013, 110: 15201.
[11] Liu X J, Miao Q, Gel'mukhanov F, et al. Einstein-Bohr recoiling double-slit gedanken experiment performed at the molecular level [J]. Nphoton, 2014,

- 9: 120.
- [12] 赵凯华, 罗蔚茵. 量子物理 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 388.
- [13] Bohr N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? [J]. Phys Rev, 1935, 48: 696.
- [14] Freedman S J, Clauser J. Experimental test of local hidden-variable theories [J]. Phys Rev Lett, 1972, 28: 938.
- [15] Aspect A, Grangier P, Roger G. Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem [J]. Phys Rev Lett, 1981, 47: 460; Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment; a new violation of Bell's inequalities [J]. Phys Rev Lett, 1982, 49: 91.
- [16] Kwiat P G, Mattle K, Weinfurter H, et al. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs [J]. Phys Rev Lett, 1995, 75: 4337.
- [17] Zbinden H, Brendel J, Gisin N, et al. Experimental test of nonlocal quantum correlation in relativistic configurations [J]. Phys Rev A, 2001, 63: 022111.
- [18] Kaltenbaek R, Prevedel R, Aspelmeyer M, et al. High-fidelity entanglement swapping with fully independent Sources [J]. Phys Rev A, 2009, 79: 040302(R).
- [19] Aktas D, Tanzilli S, Martin A, et al. Demonstration of quantum nonlocality in the presence of measurement dependence [J]. Phys Rev Lett, 2015, 114: 220404.
- [20] Giustina M, Versteegh M A M, Wengerowsky S, et al. Significant-Loophole-Free Test of Bell's Theorem with Entangled Photons [J]. Phys Rev Lett, 2015, 115: 250401.
- [21] Shalm L K, Meyer-Scott E, Christensen B G, et al. Strong Loophole-Free Test of Local Realism [J]. Phys Rev Lett, 2015, 115: 250402.
- [22] Hensen B, Bernien H, Dréau, A E, et al. Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 Kilometers [J]. Nature, 2015, 526: 682.
- [23] Dehollain J P, Simmons S, Muhonen J T, et al. Bell's inequality violation with spins in silicon [J]. DOI: 10.1038/NNANO, 2015, 262.

Conceptual discussion for approximate equations of a type and coherent superposition of states of single particle

ZENG Tian-hai

(School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The definition of entangled state is that it cannot be expressed in a product state, however, in some quantum systems, the entangled states which are used to describe them could be approximately equal to the product states. Conceptual discussion for the approximate equations of such type can be used to explain that this is a source of producing coherent superposition of states of single particle, and it is very possibly the only source.

Key words: entangled state; product state; coherent superposition of states of single particle