

渐变周期弯曲光栅的衍射和成像特性

沈洪斌, 黄富瑜, 王维海

(军械工程学院 光学与电子工程系, 河北 石家庄 050003)

摘要: 阐述了渐变周期弯曲光栅的原理, 对其衍射特性和成像特性进行了分析, 结果表明: 渐变周期弯曲光栅具有分束和聚焦的双重作用; 其对称衍射级起到焦距相等的正透镜和负透镜的作用; 它可把不同景深的物体聚焦成像于空间分离的同一焦面上.

关键词: 渐变周期弯曲光栅; 衍射特性; 成像特性

中图分类号: O 436 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0712(2009)03-0019-03

由于衍射光栅有着色散、分束、偏振和相位匹配 4 大特性, 再加上微加工技术的发展, 使得光栅的应用得到前所未有的拓展. 它不仅应用于光谱分析, 在计量学、天文学、量子光学、集成光学、光通讯、信息处理和惯性约束激光核聚变等诸领域也广泛应用^[1]. 光栅设计不再只是一维的矩形光栅, 还出现了环形光栅、刻痕弯曲以及变周期光栅等. 本文介绍一种刻痕弯曲、周期渐变的光栅. 如图 1 所示, 不同位置处刻痕宽度不同, 即不同位置处光栅周期不同. 渐变周期弯曲光栅在光束采样^[2,3]方面有着广泛应用, 近几年国外有人把其应用于三维成像^[4]和曲率波前传感器^[5,6]等方面, 应用前景广阔. 本文首先介绍渐变周期弯曲光栅的概念和原理, 然后重点分析其衍射特性和成像特性.



图 1 渐变周期弯曲光栅

1 渐变周期弯曲光栅原理

考虑一个占空比为 1:1 的规则光栅, 定义坐标如图 2(a) 所示, 沿 x 方向的扭曲部分给衍射波前引入相移, 如图 2(b) 所示, 相对于零级衍射的相移为

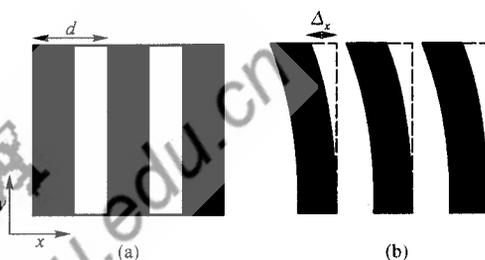


图 2 扭曲 $\Delta_x(x, y)$ 的光栅

$$\phi_m(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_x(x, y) \sin \theta \quad (1)$$

式中 λ 为光波长, θ 为衍射角, $\Delta_x(x, y)$ 为光栅狭缝相对于未扭曲时的位移. 普通光栅方程为

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (2)$$

其中 d 为光栅周期, m 为衍射级次. 将式(2)代入式(1)得

$$\phi_m(x, y) = \frac{2\pi m \Delta_x(x, y)}{d} \quad (3)$$

能够产生球面波的衍射单元的相位分布为

$$\phi(r) = \frac{2\pi}{\lambda} [f_{\text{eff}} - (f_{\text{eff}}^2 - r^2)^{1/2}] \quad (4)$$

式中 f_{eff} 为衍射光栅的等效焦距, r 为极坐标. 将式(4)展开:

$$\phi(r) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{r^2}{2f_{\text{eff}}} + \frac{r^4}{8f_{\text{eff}}^2} + \frac{r^6}{16f_{\text{eff}}^2} + \dots \right) \quad (5)$$

傍轴情况下, 只考虑式(5)中的第一项. 把式(5)代入式(3)得到光栅的扭曲量分布为

$$\Delta_x(x, y) = \frac{d}{2m\lambda f_{\text{eff}}} (x^2 + y^2) \quad (6)$$

将式(6)代入式(3),得到添加在各衍射级上的相位改变为

$$\phi(x, y) = \frac{\pi}{\lambda f_{\text{eff}}} (x^2 + y^2) \quad (7)$$

在傅里叶光学中,式(7)是焦距为 f 的透镜的相位变换. 所以当光栅扭曲量引入式(5)第一项的二次相移后,光栅除了具有分束作用外,还具有透镜的作用.

坐标定义如图 3, x 轴垂直于光栅刻痕, y 轴平行于光栅刻痕,坐标原点在圆形光栅中心. 根据几何光学及傍轴近似条件,推导出在以上坐标定义下的狭缝方程(描述刻痕轨迹的方程)为

$$-\frac{x}{d_0} + \frac{x^2 + y^2}{2m\lambda f_{\text{eff}}} = n \quad (8)$$

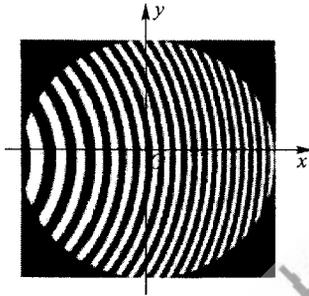


图 3 渐变周期弯曲光栅的坐标位置

式中 d_0 表示光栅中心处的光栅周期, n 表示每一刻痕(可用序号 1, 2, 3, ... 表示)的轨迹. 式(8)第一项代表一维规则光栅的刻痕轨迹,第二项代表由于刻痕弯曲增加的二次相移的刻痕轨迹. 把第二项写成

$$r^2 = 2mn\lambda f_{\text{eff}} \quad (9)$$

而非涅耳波带片第 m 个半波带半径 ρ_m 满足

$$\rho_m^2 = m\lambda f \quad (10)$$

其中 f 为波带片焦距. 对比式(9)和式(10),可见式(8)第二项实质是非涅耳波带片刻痕的轨迹. 这样看来,渐变周期弯曲光栅可以看作是一维规则光栅和非涅耳波带片的线性叠加. 一维规则光栅具有分束的作用,而非涅耳波带片相当于透镜,具有聚焦的作用,因此渐变周期弯曲光栅就具有分束和聚焦双重功能. 通过简单代数运算可见,式(8)是圆心在 $(\frac{m\lambda f_{\text{eff}}}{d_0}, 0)$, 半径为 C_n 的同心圆环,而

$$C_n = \left[2mn\lambda f_{\text{eff}} - \left(\frac{m\lambda f_{\text{eff}}}{d_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

可见渐变周期弯曲光栅也可以看作是离轴距离为

$\frac{m\lambda f_{\text{eff}}}{d_0}$ 的非涅耳波带片.

2 衍射特性分析

如图 3 坐标放置的光栅聚焦到轴外一点,如图 4 所示, z 轴为光轴,坐标原点在光栅中心. 光栅在 x 方向和 y 方向上空间频率为

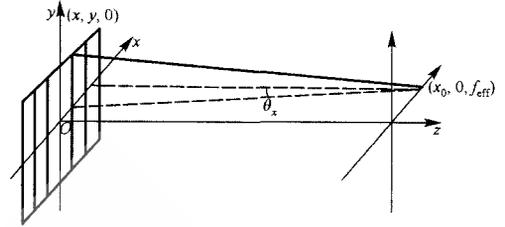


图 4 光栅聚焦到光轴外一点

$$f_x = \frac{1}{d_x} = \frac{\sin \theta_x}{m\lambda} \quad (12)$$

$$f_y = \frac{1}{d_y} = \frac{\sin \theta_y}{m\lambda} \quad (13)$$

式中 d_x, d_y 分别为 x 和 y 方向上的周期, θ_x 和 θ_y 为衍射角 θ 在 xOz 平面上和 yOz 平面上的投影. 假设光栅能够将第 m 级聚焦于光轴外一点 $(x_0, 0, f_{\text{eff}})$, 下面研究第 $-m$ 级衍射光线的特性. 根据式(12)和(13)有

$$\sin \theta_{x-m} = -m\lambda f_x = -\sin \theta_{xm} \quad (14)$$

$$\sin \theta_{y-m} = -m\lambda f_y = -\sin \theta_{ym} \quad (15)$$

下标 m 和 $-m$ 表示不同的衍射级. 由式(14)和(15)得

$$\theta_{x-m} = -\theta_{xm} \quad (16)$$

$$\theta_{y-m} = -\theta_{ym} \quad (17)$$

从式(16)和(17)可见,在光栅上同一点衍射的 m 级和 $-m$ 级的光线关于该点中心对称. 如图 5, 图中 a_m, b_m, c_m 和 a_{-m}, b_{-m}, c_{-m} 分别表示 m 级和 $-m$ 级在 3 个点上衍射光线. 则 a_{-m}, b_{-m}, c_{-m} 的反向延长线相交于 $(x_0, 0, -f_{\text{eff}})$, 第 $-m$ 级衍射的光线可看作从 $(x_0, 0, -f_{\text{eff}})$ 发散出的. 因此光栅对 m 级的作用可看作一个焦点在 $(x_0, 0, f_{\text{eff}})$ 的凸透镜, 焦距为 f_{eff} ; 而

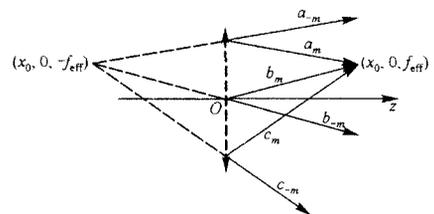


图 5 第 $-m$ 级衍射光线特性

对 $-m$ 级的作用可看作一个虚焦点在 $(x_0, 0, -f_{\text{eff}})$ 的凹透镜, 焦距为 $-f_{\text{eff}}$. 这样看来, 一个单一的渐变周期弯曲光栅就可以起到一组有正焦距、中性和负焦距的透镜的作用.

3 成像特性分析

实际中, 通常把渐变周期弯曲光栅和一个短焦距透镜密接使用, 这是因为光栅焦距较大, 透镜提供了主要的聚焦能力, 同时光栅有效地改变了透镜的焦距. 当渐变周期弯曲光栅和焦距为 f 的透镜密接使用时, 各衍射级的等效焦距为 (薄透镜近似条件下)

$$f_m = \frac{f}{1 + f/f_{\text{eff}}} \quad (18)$$

其中 f_{eff} 为光栅第 m 衍射级的有效焦距. $m=0$ 时, 光栅没有聚焦作用, $f_{\text{eff}} = \infty$, 由式 (18) 得 0 级等效焦距就是透镜的焦距 f . 对 $+m$ 和 $-m$ 衍射级, 光栅的有效焦距相同, 符号相反, 也就是从衍射特性分析, 光栅起到凸透镜和凹透镜的作用. 例如 $+1$ 和 -1 衍射级, 由式 (18) 得到 $f_{+1} < f < f_{-1}$. 当物体放置在光栅和透镜系统的光轴上时, 其 $0, +1, -1$ 衍射级的像必定在光轴方向上分开, 而光栅还具有分束的作用, 所以 0 级像在光轴上, 而 $+1, -1$ 像在离轴位置上, 且到光轴的垂直距离相等, 如图 6 所示. 渐变周期弯曲光栅和透镜密接系统可把光轴上的单一物面成像在不同的像面上. 经过计算, 第 m 级像平面相对于零级像平面的距离 Δz_m 为

$$\Delta z_m = -\frac{z^2}{f_{\text{eff}} + z} \quad (19)$$

式中 z 为光学系统主平面到 0 级像面的距离. 每对对称的衍射级之间的平面间隔 Δz_m 一般不相等; 但在 $z \ll f_{\text{eff}}$ 的情况下, 式 (19) 近似写成

$$\Delta z_m = -\frac{z^2}{f_{\text{eff}}} \quad (20)$$

这时像平面对称地分离开.

根据光路可逆原理, 把 3 个物放置在图 6 像的位置, 必成像在一点. 如果把 $+1, -1$ 衍射级位置上

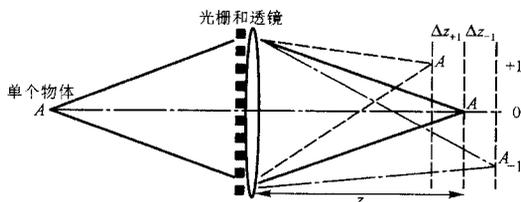


图 6 单一物经过渐变周期弯曲光栅和透镜密接系统成像在多像面上

的物垂直于光轴移到光轴上, 其像必定在 A 点的像平面内分开, 如图 7 所示. 这样可把不同景深的物体清晰地成像于同一焦平面上, 且在空间分开, 不重叠. 于是, 可以用一个 CCD 探测同一轴线上不同景深的物体, 如果物体较多, 可利用更高的衍射级.

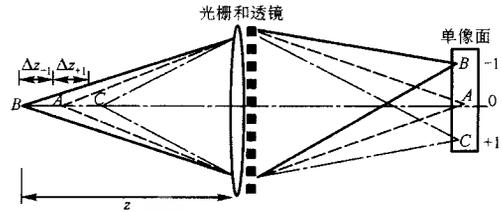


图 7 多物体经过渐变周期弯曲光栅和透镜密接系统成像在单像面上

4 结论

从渐变周期弯曲光栅的刻痕方程可知, 渐变周期弯曲光栅可看作一维光栅和非涅耳波带片的线性叠加, 也可看作离轴的非涅耳波带片, 因此渐变周期弯曲光栅对光束有分束和聚焦的双重作用. 在衍射特性方面, 对称衍射级起到焦距相等的正透镜和负透镜的作用; 在成像特性方面, 可用一平面探测器实现对同一轴线上不同景深物体的分离成像. 对这种特殊衍射光栅的分析有助于深入理解普通光栅和非涅耳波带片的衍射和成像特性, 开阔学生视野.

参考文献:

- [1] 张怡霄, 高福华, 姚欣, 等. 用于惯性约束聚变驱动器的色分离光栅-光束采样光栅集成元件的制作 [J]. 中国激光, 2006, 33(11): 1 461-1 466.
- [2] Bett T H, Smith I C. Diffractive beam samplers for large aperture beam diagnostics [C]. SPIE, 1999, 3492: 445-452.
- [3] Chiou Tsann-bim, Hahrnann Peter. Evaluation of fine pattern definition with electron-beam direct writing lithography [C]. SPIE, 2000, 3997: 646-657.
- [4] Blanchard P M, Greenaway A H. Simultaneous multi-plane imaging with a distorted with diffraction grating [J]. Appl Opt, 1999, 38(32): 6 692-6 699.
- [5] 周仁忠, 严吉祥, 俞信, 等. 自适应光学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1996: 138.
- [6] Blanchard P. Phase-diversity wave-front sensing with a distorted diffraction grating [J]. Appl Opt, 2000, 39(35): 6 649-6 655.

(下转 32 页)

参考文献:

- [1] 中华人民共和国国家标准. GBPT2105-91, GB-1586-79, GB2105-80
- [2] 方同, 薛璞. 振动理论及应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998, 5: 57-67, 224-251
- [3] 梁昆森. 数学物理方法[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979
- [4] 王彬. 振动理论及应用[M]. 海潮出版社, 1992: 224-236
- [5] 潘人培, 赵平华. 悬丝耦合弯曲共振法测定金属材料杨氏模量[J]. 物理实验, 2000, 20(9): 5-9.
- [6] 丁慎训, 傅敏学, 等. 用动力学法测杨氏模量实验及其实验装置的研制[J]. 大学物理, 1999, 18(7): 25-27.
- [7] 孙维瑾, 赵莉丽, 张民, 等. 动态杨氏模量实验有关测量方法的探讨[J]. 物理与工程, 2007, 17(3): 41-42.
- [8] 刘吉森, 张进治. 杨氏模量的动态法测量研究[J]. 北方工业大学学报, 2006, 18(1): 49-52.
- [9] 黄亦明. 动态法测定材料的杨氏模量[J]. 物理与工程, 2002, 12(5): 35-36.

Theoretical research on experiment of measuring Young's modulus with dynamical method

WU Ming-yang, ZHU Xiang

(Department of Technical Physics, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The experimental principle of measuring Young's modulus by the dynamical method is studied systematically. The results show that the frequency which can be obtained from the experiment is the natural frequency of the system, which is composed of the metal bar and the changer, and the fundamental formula is deduced. The results also demonstrate that the frequency which is obtained in the experiment by using the extrapolation method is the natural frequency of the metal bar indeed.

Key words: Young's modulus; forced vibration; natural frequency; extrapolation; coupling

(上接 21 页)

Diffraction and imaging characteristic of curved grating with gradually changing periods

SHEN Hong-bin, HUANG Fu-yu, WANG Wei-hai

(Department of Optics and Electronic Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: The principle of curved grating with gradually changing periods is presented. Its diffraction characteristic and imaging characteristic are analyzed. The result shows that curved grating with gradually changing periods has dual effect of beam splitting and focusing. The symmetrical diffraction level has effect of positive lens and negative lens, and the focal length is equal. It focus the objects of different depth of field and image the same focal plane with space separating.

Key words: curved grating with gradually changing periods; diffraction characteristic; imaging characteristic